

Matemáticas y su descubrimiento. Investigación de metodologías y desarrollo de un libro de texto para el quinto curso de Educación Primaria.

TRABAJO DE FIN DE GRADO

AUTORA: CRISTINA DÍAZ CALVO
TUTORA: DRA. MARÍA ARÁNTZAZU FRAILE REY

GRADO EN MAGISTERIO DE EDUCACIÓN
PRIMARIA, PROMOCIÓN 2014-2018

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE
LA UNIVERSIDAD DE ALCALÁ

*A los de casa, mamá, papá,
Beatriz y yaya porque siempre creen en mí.*

*A Nuria e Iván por su apoyo,
en este trabajo, y en todos los demás.*

*A Arantxa, por despertar de nuevo mi interés
por las Matemáticas y hacer este trabajo posible.*

*Y sobre todo a Eva, porque sin ella
este proyecto no hubiera sido lo mismo.*

ÍNDICE

I. RESUMEN	- 1 -
II. ABSTRACT	- 2 -
III. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN	- 3 -
IV. OBJETIVOS	- 5 -
V. METODOLOGÍA.....	- 6 -
VI. MARCO TEÓRICO	- 7 -
a) Introducción a la teoría.....	- 7 -
b) Análisis y síntesis de las teorías del aprendizaje que más se adaptan a nuestro concepto de aprendizaje.....	- 8 -
VII. MARCO METODOLÓGICO	- 12 -
a) Rol del docente.	- 12 -
b) Organización del grupo.	- 12 -
VIII. ANÁLISIS DE LA PROPUESTA	- 14 -
a) El currículo en los libros de texto de Educación Primaria.....	- 14 -
b) Metodología del aprendizaje.	- 15 -
c) Número de actividades.....	- 17 -
d) Presentación del contenido.	- 19 -
e) Factores afectivos.	- 21 -
f) Temporización.....	- 22 -
IX. CONCLUSIÓN.....	- 25 -
X. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	- 26 -
XI. ANEXOS.....	- 30 -

I. RESUMEN

La enseñanza de las matemáticas y los libros de texto presentes en la mayor parte de las aulas de Educación Primaria muestran una metodología expositiva que no permite al alumno desarrollar su propio proceso del aprendizaje. A raíz de esta aseveración, se lleva a cabo una investigación sobre las metodologías del aprendizaje basadas en el descubrimiento del conocimiento por parte del alumno, entre las que se encuentran las propuestas de autores como Dienes, Bruner y el matrimonio Van Hiele. Se presenta un análisis de cuatro libros de texto de matemáticas utilizados actualmente en las aulas de Educación Primaria.

A modo de conclusión se desarrolla y produce un libro de texto para 5.º de Educación Primaria. En concreto, se aborda *la clasificación de triángulos según sus lados y ángulos*, contenido que, junto al resto de los apartados referidos a la geometría, se plantean al alumno de forma superficial e irreflexiva.

Palabras clave: libro de texto, metodología, alumno, diseño editorial, aprendizaje por descubrimiento, matemáticas y geometría.

II. ABSTRACT

The teaching of mathematics and textbooks present in most of the classrooms of Primary Education show an expository methodology that does not allow the student to develop their own learning process. As a result of this assertion, an investigation on learning methodologies based on the discovery of knowledge by the student, is carried out. These are, for instance the ones proposed by Dienes, Bruner or Van Hiele marriage. An analysis of four Mathematics books that are currently present in Primary Education classrooms is developed.

As a final result, a textbook for 5th year of Primary Education is developed and produced. Triangles classification –according to their sides and angles– is discussed, a content that, together with the rest of the sections referring to geometry, is presented to the student in a superficial and unreflective manner.

Key words: textbook, methodology, student, editorial desing, learning by discovery, mathematics and geometry

III. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Como se ha mencionado, el presente trabajo muestra una propuesta en formato libro de texto. El formato escogido se fundamenta en la percepción personal de que el libro de texto puede favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Actualmente, muchas personas se muestran reticentes a la utilización de este medio de transmisión del conocimiento.

La mayoría de los argumentos en contra del uso de libros de texto tienen su base en la metodología propuesta, no en el medio; como, por ejemplo: “*no fomentan el descubrimiento del alumno*”, “*no dejan expresarse al alumno*”, “*motivan la memorización y no la comprensión*” ...

Como menciona Parcerisa, (2009)¹:

«No han faltado críticas en la literatura a la estandarización de los procesos de aprendizaje, al hecho de que promueven una metodología básicamente individualista y basada en la realización de tareas mecánicas y simples o a la secuencia de tareas repetida que impone en las aulas: la explicación de la profesora o profesor del tema siguiendo el contenido del libro, realización de las actividades por parte de los estudiantes y posterior corrección en el aula.»

En mi opinión, el problema no es tanto el objeto en sí mismo, si no la filosofía con la que son diseñados y las propuestas metodológicas que recogen, que dan lugar a una dinámica de clase centrada en el docente a modo de clase magistral.

Un libro de texto no debe ser una herramienta que apoye únicamente al docente, sino también una herramienta para el alumno. Es una guía que orienta y facilita el aprendizaje. Un libro que presenta como base una buena metodología, como es el aprendizaje por descubrimiento, puede resultar un medio eficiente para la adquisición de conocimiento, el desarrollo de la capacidad de aprender a aprender, y el desarrollo de la autonomía.

¹ Citado en Braga, & Belver, (2014, p.202)

Sin embargo, la utilización de un método expositivo, junto a la presentación de un modelo monótono que presenta los contenidos como algo “acabado”, puede hacer que el alumno perciba las matemáticas como un listado de propiedades y fórmulas.

Por todo esto en este TFG se aborda un libro de texto como alternativa a los libros que se analizan en este estudio. Libro que recoge las propuestas metodológicas cognitivas de las teorías de Van Hiele, Bruner o Dienes, las cuales potencian en el alumno el placer de buscar, investigar, explorar, concluir, etc. En definitiva, aprender.

El área de las matemáticas escogida para contextualizar el libro es Geometría. He optado por este bloque de contenidos ya que junto al de Estadística y probabilidad, suelen ser los grandes olvidados.

En parte, debido a que ambos aparecen siempre en las últimas unidades del libro, y en caso de poder llegarse a trabajar en el aula se hace bajo condicionantes como la de premura de tiempo, el cansancio estacional, las reducciones de jornadas, etc.

Más concretamente la propuesta aquí desarrollada se circunscribe al apartado de *clasificación de triángulos*.

Los triángulos se presentan como la primera construcción geométrica (una vez que se cuenta con las herramientas básicas como son: puntos, rectas, segmentos y ángulos, de forma natural aparecen los triángulos). El estudio de los triángulos introduce al alumno en los conceptos y el vocabulario esencial para la construcción del resto de figuras geométricas.

IV. OBJETIVOS

El objetivo principal de este TFG es abordar el diseño de una propuesta metodológica para trabajar los contenidos de matemáticas de 5.º curso de Educación Primaria.

Debido a las limitaciones de tiempo y espacio impuestas por la normativa específica para el desarrollo de los trabajos de fin de grado de la Facultad de Educación, nos ceñimos a los contenidos de *Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y ángulos*.

La consecución de este primer objetivo implica:

- Estudiar las metodologías del aprendizaje que incluyen una actividad principal por parte del educando.
- Analizar cuatro libros de texto de Matemáticas presentes actualmente en las aulas.
- Desarrollar y producir un libro de texto aplicando las metodologías del aprendizaje estudiadas.
- Comparar los libros de texto de Matemáticas con la propuesta presentada.

V. METODOLOGÍA

Este trabajo se desarrolla a partir de la observación de la situación en algunas aulas de Educación Primaria de nuestro país, por ende, se trata de un trabajo descriptivo.

A raíz de la experiencia, surge el análisis de los libros de texto. Los libros escogidos para el análisis son de 5.º de Educación Primaria, en concreto las Editoriales: Edelvives (2014), Santillana (2014), Savia (2014) y Vicens Vives (2014).

A través de una metodología inductiva, se pretende analizar estos cuatro libros y extraer una conclusión de carácter general; en este caso: *qué metodología de aprendizaje utilizan algunas de las editoriales para transmitir los conocimientos en los libros de texto de Matemáticas de Educación Primaria*. Concretamente se analiza el contenido relacionado con la clasificación de triángulos según sus ángulos y sus lados.

Tras el análisis, y las conclusiones obtenidas, se investiga a cerca de las metodologías del aprendizaje que anteponen el descubrimiento del conocimiento por parte del alumno, pues se consideran estas las más adecuadas para un correcto desarrollo del aprendizaje. Se toma como referencia las consideradas mejores Matemáticas del mundo, las Matemáticas de Singapur, y con estas, los autores que la fundamentan: Dienes, Bruner y Skemp.

Para la materialización de la propuesta se ha contado con los libros de textos analizados en formato físico y electrónico, se han consultado bases bibliográficas y se hace uso de Software específico para crear y editar contenidos:

- Programas diseño gráfico: Adobe Illustrator y Adobe InDesing.
- Página Web de recursos de diseño gráfico: FreePick.
- Vídeos subidos a YouTube en la cuenta personal: *Edicioneslibroscometas*
- Software de edición de vídeos: Final Cut.
- Software matemático-interactivo: GeoGebra.

El resultado de la propuesta queda reflejado en un libro de texto del alumno.

VI. MARCO TEÓRICO

a) Introducción a la teoría.

Como ya se ha mencionado en la justificación, este trabajo tiene como finalidad presentar una propuesta de trabajo sobre la clasificación de triángulos para 5.º de Educación Primaria.

El material presentado formaría parte de un proyecto más extenso que abarcaría el Currículo de Matemáticas para 5.º de Educación Primaria. Concretamente se trata de la elaboración de un libro de texto que surge del análisis y la síntesis de las teorías metodológicas disponibles en el mercado, y que más se ajustan a nuestra idea de «aprendizaje».

En las aulas de matemáticas a las cuales hemos tenido acceso, así como en la actividad de clases particulares desarrollada con alumnos de distintos centros educativos, hemos podido observar que el conocimiento se presenta al alumno más como un producto final que como un proceso. Surge así la necesidad de esta propuesta didáctica, que atendiendo a los principios del aprendizaje Concreto-Pictórico-Abstracto, teorías de Van Hiele y Dienes, ayudaría a subsanar las deficiencias encontradas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en esta etapa educativa.

El aprendizaje de geometría en España suele presentarse como la simple memorización de propiedades y fórmulas, que conduce a procesos de enseñanza-aprendizaje mecánicos e irracionales, en lugar de reflexivos y racionales.

Las teorías del aprendizaje en las que se centrarán nuestro análisis están apoyadas sobre una teoría pedagógica constructivista. El constructivismo sostiene que el aprendizaje es un proceso activo y cada individuo construye su propio conocimiento a partir de los ya existentes.

Los planteamientos teóricos constructivistas en los que está fundamentado este trabajo son las propuestas por: Bruner, desde una plano psicológico y

pedagógico; Dienes, desde una perspectiva didáctica matemática; y el modelo de Van Hiele, centrado concretamente en la didáctica de la geometría. Aunque serán citados muchos otros autores que mediante sus teorías consolidan las propuestas por los anteriores.

b) Análisis y síntesis de las teorías del aprendizaje que más se adaptan a nuestro concepto de aprendizaje.

En primer lugar, es adecuado presentar la idea de «aprendizaje» por parte de los autores mencionados anteriormente.

En sus teorías, el aprendizaje se alcanza gracias a la acción activa por parte del alumno, participación que necesariamente debe estar ligada a la interacción del sujeto con el entorno, el alumno con los objetos que le rodean. El conocimiento se alcanza como resultado de esta interacción toda vez que permite al sujeto pensar por sí mismo.

Como mencionan Martínez & Rivaya (1989, p.18):

«Solo los conocimientos que son contruidos por los propios niños son conocimientos realmente operativos, permanentes, generalizables a contextos diferentes de los de aprendizaje».

O como afirma Nuffield (1967)²:

“Oigo, y olvido. Veo, y recuerdo. Hago, y comprendo”.

Esta idea de aprendizaje adquiere también otras denominaciones como: «aprendizaje por descubrimiento», «enseñanza basada en la investigación», «aprendizaje por investigación», «enseñanza basada en la investigación en el aula», «investigación» ...

Sin embargo, es importante mencionar que en la idea de aprendizaje por descubrimiento en la que se sustenta nuestra idea de proceso de aprendizaje va implícita la existencia de unos objetivos y unas estrategias. Aunque se dote de cierta libertad al alumno, el aprendizaje va orientado a la adquisición de unos

² Citado en Orton (1990, p.49)

conocimientos concretos; se trata de una metodología del aprendizaje por descubrimiento orientado o dirigido. Bruner (1960)³ al diseñar el aprendizaje por descubrimiento, cuenta con el rol activo del educando, pero también con el del docente, que podrá ayudar a determinar qué métodos y caminos de aprendizaje son los más adecuados para el alumno.

Además de una misma visión del concepto de «aprendizaje», todos estos autores comparten una visión secuencial del proceso que este supone.

Bruner (1966)⁴, en sus investigaciones sobre los procesos cognitivos del pensamiento, analizó las imágenes mentales que el sujeto se hace de los conceptos e ideas objeto del aprendizaje. Distingue tres modos de representación: enactiva, icónica y simbólica, que se suceden de un modo lógico y permiten la evolución del conocimiento, por lo que podrían considerarse etapas del aprendizaje.

La *representación enactiva* es la más elemental, se opera únicamente mediante la manipulación, es decir, la acción del sujeto sobre el material concreto. La *representación icónica o simbólica* es el paso intermedio entre lo concreto y lo abstracto, permite al alumno crearse una imagen mental del concepto objeto del conocimiento, se trabaja mediante la imagen, dibujo y/o representación gráfica. Y, por último, la *representación simbólica* permite al alumno adquirir el lenguaje propio del contenido y la comprensión abstracta del mismo.

Dienes (1973)⁵, respaldado por la teoría del pensamiento de Bruner, elabora un «ciclo del aprendizaje», una serie de acciones planificadas que debe realizar el sujeto de forma activa para llegar al conocimiento. Este ciclo se divide en seis etapas: la primera permite que el alumno experimente con objetos concretos que le introducirán en el contexto educativo mediante el «juego libre»; la segunda, «juego estructurado», muestra al alumno la existencia de una intención didáctica, se trata de pasar del juego libre al juego dirigido; y la tercera, denominada «isomorfismo», en la que se trabaja el mismo concepto, bajo diferentes

³ Citado en Alcalde, (2010, p.130)

⁴ Citado en Orton, (1990, p.179)

⁵ Citado en Beyer, (2013, p.28)

representaciones. (Estas tres etapas podrían englobarse dentro de la fase concreta o enactiva descrita por Bruner).

En la cuarta etapa, Dienes introduce la representación gráfica, es el momento de incorporar imágenes, gráficos, dibujos... (representación icónica de Bruner). En la quinta etapa, «verbalización», el alumno tras la observación de los hechos y propiedades que se le presentan se encuentra con la necesidad de adquirir un lenguaje propio del conocimiento que le permita designar lo aprendido, (representación simbólica de Bruner).

Por último, en la sexta etapa, Dienes incorpora el «juego de la demostración», en el que se plantean actividades destinadas a consolidar el descubrimiento y conocimiento adquirido en las etapas anteriores.

Con el objetivo de conseguir un aprendizaje basado en la comprensión, se hará necesaria la acción del sujeto sobre lo concreto, hablamos de la manipulación.

Cascallana (1988)⁶ explica:

«Cuando hablamos de manipular en matemáticas se está haciendo referencia a una serie de actividades específicas con materiales concretos, que faciliten la adquisición de determinados conceptos matemáticos».

Junto a las seis etapas, Dienes (1961)⁷ propone cuatro principios didácticos apoyados en la teoría psicológica:

- 1- *Principio dinámico*: por medio de actividades lúdicas se introducirá el conocimiento en forma de experiencias. El manejo de lo concreto tendrá importancia.
- 2- *Principio de constructividad*: la construcción precederá al análisis, siendo la exploración la base del aprendizaje.
- 3- *Principio de variabilidad matemática*: si se quiere conseguir un aprendizaje pleno, se deben buscar todas las variables que aseguren el conocimiento de los conceptos aprendidos.

⁶ Citado en Alcalde, (2010, p.32)

⁷ Citado en Picard (1970) en Beyer, (2013, p.31)

4- *Principio de variabilidad perceptiva*: la abstracción de los conceptos se conseguirá cuando se muestre de diferentes formas un contenido. Algo que nos puede recordar a las tres formas de presentar el contenido según Bruner.

Junto con Dienes y Bruner, el matrimonio Van Hiele (1957)⁸, aseguraban la existencia de una secuencia de etapas en el aprendizaje propio de los conceptos geométricos, etapas que denominan «fases del aprendizaje». Proponen una evolución del conocimiento de forma ordenada y lógica:

- Fase 1: *Información*. El docente, tiene que conocer qué comprende el alumno sobre el contenido que se va a tratar, pues solo desde ese punto será posible continuar el proceso de aprendizaje.
- Fase 2: *Orientación dirigida*. Los alumnos exploran a través de los materiales los nuevos conceptos que van a formar parte del aprendizaje. De nuevo hablamos de una participación activa por parte del educando.
- Fase 3: *Explicitación*. Partiendo de las experiencias obtenidas tras las fases previas, los alumnos comparten opiniones consiguiendo así una idea más completa del contenido, (verbalización).
- Fase 4: *Orientación libre*. El educando se enfrenta a actividades cada vez más complejas y abstractas.
- Fase 5: *Integración*. El educando comprueba la relación del conocimiento adquirido con sus conocimientos previos.

La teoría del aprendizaje Van Hiele (1957)⁹, además, cuenta con una parte descriptiva que explica las diferentes formas de razonamiento matemático según en el momento del aprendizaje que el educando se encuentre. Se diferencian cinco niveles, de menor a mayor abstracción del conocimiento.

Al tratarse de un trabajo orientado para la última etapa de Educación Primaria, se podría situar a los educandos en tercer nivel. Este tercer nivel está conceptualizado como «deducción informal». En este nivel, el educando empieza a construir definiciones abstractas mediante argumentos informales. Sigue demostraciones, pero no es capaz de crearlas para explicar un concepto.

⁸ Corberán, Huerta, Margarit, Peñas & Ruíz, (1989, p.16-17)

⁹ Corberán, Huerta, Margarit, Peñas & Ruíz, (1989, p.14-15)

VII. MARCO METODOLÓGICO

Para conseguir un correcto desarrollo del aprendizaje según la propuesta presentada, es importante exponer cuál es el papel del docente, y cómo va a trabajar el alumno.

a) Rol del docente.

El método planteado es el «aprendizaje por descubrimiento», lo cual implica un papel principal por parte del alumno. El docente actúa como mediador entre el educando y el conocimiento (Bruner 1960). Para ello debe tener claros los métodos, objetivos y contenidos; a la vez de conocer las estrategias, y modelarlas de forma que ayude a cada uno de sus alumnos. La acción del docente es la de guiar, dirigir.

Como explica A Orton (1990, p. 196):

«Nosotros, los profesores, hemos de proporcionar el entorno y éste requerirá una cuidadosa planificación»

Por último, ya que el método de trabajo escogido para esta propuesta requiere del trabajo cooperativo de los educandos, el docente tendrá la labor de formar los grupos de trabajo.

Dicha decisión repercutirá en el ambiente de trabajo de los alumnos. Si estos no empatizan, es posible que el descubrimiento grupal no se lleve a cabo.

b) Organización del grupo.

La mayor parte de los ejercicios planteados implica un trabajo grupal.

Los métodos de trabajo cooperativos facilitan el aprendizaje y mejoran la autoestima, la habilidad social y la solidaridad.

Además de considerar e interpretar otras ideas, el trabajo grupal y el intercambio de opiniones, puede ayudar al alumno a aclarar sus propias ideas. Como señala Skemp (1980, p.127)

«El mero acto de comunicar nuestras ideas parece ayudar a clarificarlas, pues, haciendo esto, las ligamos a palabras (u otros símbolos) que las hacen más conscientes»

Asimismo, una metodología de aprendizaje por descubrimiento implica distintos ritmos de desarrollo del conocimiento. Si se trabaja de forma grupal se aprovechan las ventajas del aprendizaje entre iguales.

A la hora de configurar los grupos y organizar el aula, hay que considerar el tamaño de los grupos de trabajo y su disposición en el aula. En la propuesta presentada se ha optado por la organización en grupos pequeños, concretamente de cuatro o cinco alumnos, que en la medida de lo posible se distribuyan físicamente a modo de asamblea para facilitar la comunicación del grupo cuando se considere necesario.

Skemp sugiere un trabajo cooperativo entre dos y cinco alumnos. En su teoría explica cómo un grupo grande puede llegar a dificultar el proceso de aprendizaje. Skemp (1980, p.129):

«Un grupo amplio degenera en una turba con más facilidad que uno reducido; y la parte de que cada individuo puede tomar en la discusión disminuye...»

No obstante, muchas de las actividades requieren un trabajo inicial individual, que finaliza siendo grupal. Esto se encuentra fundamentado en una idea de Skemp (1980, p.128):

«Algunas veces se evoca una idea nueva y fascinante, pero antes de que uno pueda extraerla, la otra persona dice algo ajeno distrayendo la propia atención, y la fugaz iluminación se pierde»

Por último, es importante mencionar qué además de un trabajo cooperativo para el desarrollo del conocimiento, los alumnos desarrollarán el sentido crítico para evaluar las tareas. De esta forma, no será el docente quien corrija en voz alta como ocurre en una metodología tradicional, si no que estarán ante un método de enseñanza-aprendizaje entre iguales.

VIII. ANÁLISIS DE LA PROPUESTA

En este apartado del estudio se explica qué es lo que hace diferente mi propuesta de libro de texto, frente a los libros que podemos encontrar hoy en día en la mayor parte de los centros educativos de nuestro país.

Para este análisis se han tenido en cuenta diferentes editoriales, presentes actualmente en las aulas de 5º de Educación Primaria. Son: Savia SM (2014), Edelvives (2014), Vicens Vives (2014) y Santillana (2014).

El análisis comparativo se realizará desde lo general a lo particular, comenzando por el currículo y terminando con las actividades planteadas.

a) El currículo en los libros de texto de Educación Primaria.

Es común encontrar contenidos diferentes en los libros de texto de un mismo curso. Actualmente, el Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid (*DECRETO 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria*) contempla diecinueve puntos (desde el 52 hasta el 70, BOCM, Núm. 175, p.55-56), en los que se describe los contenidos de Geometría, propios del curso 5.º de Educación Primaria. Sin embargo, algunas editoriales, como veremos a continuación, eliminan o desarrollan de manera insuficiente determinados apartados, y en su lugar introducen contenidos propios de cursos superiores de acuerdo con la normativa legal vigente.

A continuación, se presenta un resumen del currículo y cómo este es abordado en los libros de texto analizados.

Punto 60 «*Descubre y enuncia cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero*». Centrando la atención en la figura del triángulo; Savia S.M y Vicens Vives muestran de forma visual o deductiva este contenido, Edelvives expone simplemente la cifra de 180º, y Santillana no lo llega a mencionar.

Punto 62. «*Clasifica los triángulos atendiendo a sus lados y a sus ángulos*». Todas las editoriales exponen el mismo -o muy similar- cuadro donde se muestran los seis nuevos conceptos, dando por escrito sus respectivas definiciones.

Como se puede observar, algunos contenidos establecidos por el Marco Legal, los cuales son fundamentales para un correcto desarrollo de la geometría, son omitidos, y en su lugar se incorporan los cuerpos geométricos, contenidos que de acuerdo con la Ley han de abordarse en 6.º de Educación Primaria. Este es el caso de: Savia S.M (2014), Edelvives (2014) y Vicens Vives (2014).

Seguidamente, se muestra el supuesto índice que abordaría los contenidos de geometría en 5.º Educación Primaria propuestos por el Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid (BOCM, Núm. 175, p.55-56).

1. El plano y el espacio. Puntos 52, 53, 54, 55, 56 y 57.
2. Ángulos, rectas. Puntos 58 y
3. Figuras planas. Puntos **60**, **62**, 63 y 66.
4. Cuerpos redondos. Punto 67.
5. Simetría. Punto 64 y 65.
6. Perímetros y áreas. Puntos 61, 68, 69 y 70.

b) Metodología del aprendizaje.

Los libros de texto utilizados como herramienta de aprendizaje en la mayoría de las aulas de nuestro país (entre ellos los analizados en este trabajo), presentan una metodología expositiva, los conceptos, las fórmulas y las definiciones adquieren importancia en el contexto de tablas resúmenes, cuadros para memorizar, etc. Y se acompañan de una serie de ejercicios prácticos que se corresponden con los dominios cognitivos de conocer y aplicar, pues en contadas excepciones se plantean problemas no rutinarios que permitan el razonamiento a partir de lo aprendido.

Al contrario, la teoría cognitivista, entiende que el aprendizaje de los conceptos debe conseguirse por el razonamiento del alumno, ya sea mediante métodos deductivos o inductivos.

El método deductivo parte de lo general, para llegar a lo particular; como explican León y Barcia (2016, p.12), “se parte de la definición del concepto y su contenido es descubierto mediante ejemplos”. Y, el método inductivo parte de lo particular para llegar a lo general; como mencionan León y Barcia, “a partir de ejemplos, se elabora la definición, paso a paso”.

Skemp (1980, p.36), en su investigación sobre el aprendizaje de conceptos matemáticos, establece dos principios, uno de ellos hace referencia al cómo deben adquirirse los nuevos conceptos:

«Los conceptos de un orden más elevado que aquellos que una persona ya tiene, no le pueden ser comunicados mediante una definición, sino solamente preparándola para enfrentarse a una colección adecuada de ejemplos»

Y Godino y Ruiz (2002, p.504) recomiendan:

«Uno de los primeros tipos de actividades más importantes que se puede proponer a los niños es ofrecerles la oportunidad de encontrar semejanzas y diferencias entre una gran variedad de formas».

La propuesta de libro de texto presentada en este trabajo expone una metodología cognitiva inductiva. El aprendizaje se irá construyendo a manos del alumno a través de su investigación de los diferentes ejemplos y actividades planteadas, desde lo simple, a lo complejo.

En este caso, es importante que los ejemplos propuestos, como menciona Skemp (1980, p.37), solo tengan en común las propiedades que forman el concepto, es decir, que las vías en las que el educando se abstraiga sean las propiedades que forman el concepto.

Para poder llevar a cabo este proceso, se ha creído conveniente el estudio de los conceptos en diferentes apartados.

Los apartados destinados a la clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos suelen estar presentados en los libros de texto por una tabla que muestra una breve definición de cada concepto. De esta forma el alumno se enfrenta a seis términos desconocidos en un periodo de tiempo insuficiente para su asimilación.

Sin embargo, en la propuesta presentada, se exponen los conceptos de forma aislada, aunque no independientes. Desde un primer momento, el alumno descubre qué tipo de clasificación está aprendiendo, y poco a poco, explorará y trabajará cada uno de los conceptos de forma ordenada y lógica.

Además de un método inductivo y una forma más específica a la hora de presentar el contenido, el orden en el que se presentan las actividades se encuentra apoyado en tres teorías del aprendizaje, las cuales fueron descritas en el marco teórico.

- Método CPA por Bruner (1960): concreto, pictórico y abstracto.
- Ciclo del aprendizaje según Dienes (1973): juego libre, juego estructurado, isomorfismo, representación gráfica, verbalización y juego de demostración.
- Fases de la teoría de Van Hiele (1957): información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre y generalización.

Las teorías metodológicas y el orden en el que se plantea el contenido permiten que el alumno pueda desarrollar su propio proceso de aprendizaje; podemos afirmar, en este caso que, el orden de los factores sí altera el resultado.

c) Número de actividades.

Como resultado de la aplicación de las teorías del aprendizaje mostradas anteriormente, y la separación de contenido para una mejor comprensión, cada concepto es trabajado por un número de actividades superior a las actividades propuestas en los libros de texto analizados.

A continuación, se muestran los datos:

- Punto 60, *“Descubre y enuncia cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo y de un cuadrilátero”*, (atendiendo al triángulo), únicamente es trabajado por tres de los cuatro libros de texto analizados:

- Santillana (2014) omite este contenido.
- Vicens Vives (2014) lo demuestra mediante un ejemplo gráfico y propone dos ejercicios, uno en la página de la explicación, y otro en el apartado destinado a las actividades finales (Anexo 1).
- Edelvives (2014) únicamente expone la cifra 180° , sin ofrecer una demostración. Plantea tres actividades, una en el mismo apartado, y dos en las actividades finales (Anexo 2).
- Y Savia S.M (2014) propone un único ejercicio, pero al menos utiliza una metodología inductiva, pues hace que los alumnos lleguen a la conclusión de cuánto mide la suma de ángulos de los triángulos (Anexo 3).

En la propuesta presentada, el aprendizaje de dicho apartado se trabaja a lo largo de cuatro ejercicios concretos, dos pictóricos y tres abstractos, un total de nueve ejercicios, sin contar con el apartado de “Pon a prueba tus conocimientos”, donde de nuevo aparecerá este contenido.

- Punto 62 *“Clasifica los triángulos atendiendo a sus lados y a sus ángulos”*. Como se mencionó anteriormente, todos los libros analizados muestran estos seis conceptos en cuadros o tablas comparativas.

- Savia S.M (2014), Santillana (2014), y Vicens Vives apuestan por dos cuadros, uno para la clasificación de triángulos según sus lados, y otro según sus ángulos (Anexo 4).
- Y Edelvives (2014), propone una única tabla abordando las dos clasificaciones (Anexo 5).

En ambas situaciones, el alumno se enfrenta a seis nuevos conceptos que deberá aprender leyendo las definiciones y completando una serie de ejercicios que engloban todos los nuevos contenidos desde un principio.

El primero de los ejercicios que aparece tras los cuadros en tres de los cuatro libros analizados propone al alumno la clasificación de triángulos atendiendo

tanto a lados como a ángulos; por lo que parecen considerar que únicamente con la lectura de las seis definiciones, sabrán diferenciar toda clase de triángulos.

- Edelvives (2014): «*Clasifica estos triángulos según sus lados y según sus ángulos*».
- Santillana (2014): «*Copia la tabla en tu cuaderno y complétala*», la tabla muestra dos espacios, uno para la clasificación atendiendo a lados, y otro a sus ángulos.
- Vicens Vives (2014): «*Clasifica cada triángulo según sus lados y según sus ángulos*».

Respecto al número total de actividades, contando las presentes en el mismo apartado y en las hojas finales, no varía demasiado, se mantiene en un rango de entre cinco y siete ejercicios.

- Edelvives (2014) seis actividades, cinco en la parte principal y una en el repaso final (Anexo 6).
- Santillana (2014) cinco, tres y dos (Anexo 7).
- Savia (2014) siete, seis y uno (Anexo 8).
- Vicens Vives (2014) seis actividades, cuatro y una (Anexo 9).

La cantidad de ejercicios y apartados podrá marcar una mejor o peor adquisición del conocimiento. Pues una actividad escasa será un aprendizaje superficial fácil de olvidar.

d) Presentación del contenido.

La forma en la que se presenta el contenido determina el grado de conocimiento que se vaya a adquirir.

Podemos asociar esta idea a dos de los principios de Dienes (1961). Estos principios son los de *Variabilidad Matemática* y *Variabilidad Perceptiva*.

Por un lado, el *Principio de Variabilidad Matemática* explica la necesidad de mostrar todas las variables que pudiesen modificar nuestro concepto a aprender. Un ejemplo podría ser la posición en la que se encuentran los triángulos. Habitualmente, los libros de texto muestran el triángulo como una figura que

necesariamente tiene que tener uno de sus lados de forma paralela al filo del folio. De esta manera, lo único que se consigue es que el educando no sea capaz de percibir los triángulos en otras posiciones.

La situación anteriormente descrita puede observarse en dos de los libros analizados: Edelvives (2014) y Vicens Vives (2014), (Anexo 10).

Y, por otro lado, el *Principio de Variabilidad Perceptiva*, expresa la necesidad de mostrar el concepto de tantas formas perceptivas como sea posible. De esta forma el educando podrá trabajar conceptos abstractos a través de diferentes medios.

Entre los libros de texto presentados en el estudio, Vicens Vives (2014) ofrece un programa en la red para practicar el cálculo mental.

El libro de texto presentado, además de exponer una metodología CPA (Concreto-Pictórico-Abstracto), donde el alumno aprende el concepto mediante diferentes situaciones, incorpora las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación).

En este caso, las TIC se presentan como una herramienta de apoyo, en las cuales el alumno puede encontrar vídeos y actividades para reforzar su trabajo en el aula. Se presentan como alternativa a un trabajo ya realizado, por lo que el docente podrá valorar si serán de carácter voluntario u obligatorio.

Concretamente se ofrecen dos medios:

- El programa GeoGebra: programa gratuito que permite a los alumnos acceder a una amplia variedad de ejercicios. El libro de texto propone algunas actividades, pero los propios alumnos pueden explorar y encontrar otras. Estas se ofrecen a modo de ampliación, es decir, el alumno podrá completar las actividades fuera del aula, esto se debe al espacio de tiempo disponible en el aula. Geogebra permite al alumno observar un plano pictórico desde diferentes perspectivas pudiendo interactuar con las figuras planas, en este caso concretamente.
- Vídeos de YouTube enlazado a códigos QR: con el fin de mostrar de forma visual las actividades manipulativas que se han realizado a lo largo del tema. De esta forma, podrán volver a comprobar el objetivo que buscaba cada una de estas.

e) Factores afectivos.

Por último, la propuesta presentada ha querido contar con el factor afectivo. Cuando el aprendizaje pasa a formar parte de un proceso personal, el alumno se siente más identificado y motivado.

El primer ejemplo es la metodología planteada.

Según el método de aprendizaje, el alumno va a sentir más o menos implicación. Con una metodología expositiva, el alumno siente que escucha y copia, pero en ningún momento se considera el protagonista de su propio proceso del aprendizaje.

Sin embargo, mediante un método por descubrimiento, el trabajo en equipo, y la necesidad de comunicarse, el alumno entenderá que su desarrollo cognitivo depende de él mismo.

El «modelo de Mandler» (Mandler, 1988)¹⁰ explica cómo los métodos cognitivos, especialmente los metacognitivos y no los procesos de memorización, generan respuestas afectivas en los alumnos, las cuales marcarán de forma distinta el aprendizaje.

El segundo ejemplo es la utilización de personajes.

Tomando como referencia los libros utilizados en Singapur, se hace presente la incorporación de personajes que cuyo cometido es empatizar con el alumno. Cada uno de los personajes tiene una función, de tal forma que el alumno sabrá qué tipo de actividades están planteadas en cada momento, son un recurso didáctico que le ayudará a organizar la información.

La presencia de personajes puede hacer que los alumnos sientan un vínculo mayor con la asignatura, y también con el libro de texto (Anexo 11).

Según aclara Casey (2004):

«When storytelling characters are used to pose mathematical problems they evoke the children's imagination and create

¹⁰ Citado por Gil, Blanco y Guerrero (2006) en Alcalde (2010, p. 88)

*excitement. In this way children's energy is directed toward mathematical learning».*¹¹

Los personajes presentes son:

- *Brun*: aparece junto a las actividades manipulativas.
- *Skep*: muestra la teoría de forma inductiva, y las definiciones incompletas, las cuales son completadas por los alumnos.
- *Dine*: muestra las actividades pictóricas.
- *Heil*: actividades de repaso, o lo que es lo mismo, el apartado denominado “Pon a prueba tus conocimientos”.
- *Geld*: señala las actividades de aprendizaje con TICs.

f) Temporización.

La propuesta presentada tiene una duración de ocho sesiones.

A continuación, se muestran las sesiones junto a sus objetivos y materiales.

Sesión 1: Introducción a la clasificación de triángulos según sus lados y triángulos equiláteros.

Objetivo	Descubrir la clasificación según sus lados y comprender el concepto de triángulo equilátero.
Libro de texto	págs.1-3
Material	Geoplano, gomas, folios y regla.

Sesión 2: Triángulos isósceles

Objetivo	Identificar y conocer qué es un triángulo isósceles.
Libro de texto	págs. 4-5
Material	Geoplano, gomas, folios y regla.

¹¹ «Cuando el storytelling es utilizado para plantear problemas matemáticos desarrolla la imaginación del niño y crea en él cierta emoción. En este sentido, la energía del niño es dirigida hacia el aprendizaje de las matemáticas». (Traducción propia)

Sesión 3: Triángulos escalenos y final de la unidad.	
Objetivo	Comprender qué es un triángulo escaleno mediante un método inductivo y afianzar los conocimientos adquiridos hasta el momento.
Libro de texto	págs. 6-8
Material	Geoplano, gomas, folios y regla.

Sesión 4: Los ángulos de un triángulo	
Objetivos	Descubrir cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo.
Libro de texto	págs. 9-12
Material	Geoplano, gomas, folios, pinturas, regla, transportador de ángulos y tijeras.

Sesión 5: La clasificación de los triángulos según sus ángulos y triángulos rectángulos.	
Objetivos	Conocer la clasificación de triángulos según sus ángulos y comprender qué es un triángulo rectángulo.
Libro de texto	págs. 13-16
Material	Geoplano, gomas, folios, escuadra, cartabón y regla.

Sesión 6: Triángulos obtusángulos.	
Objetivos	Identificar triángulos obtusángulos.
Libro de texto	págs. 17-18
Material	Geoplano, gomas, folios y regla.

Sesión 7: Triángulos acutángulos y repaso de la clasificación según sus ángulos.

Objetivos	Comprender los triángulos acutángulos y repasar la clasificación según sus ángulos.
Libro de texto	págs. 19-20
Material	Geoplano, gomas, folios y regla.

Sesión 8: Fin de unidad.

Objetivos	Afianzar los conocimientos adquiridos en la unidad.
Libro de texto	págs. 4-5
Material	Geoplano, gomas, folios y regla.

La propuesta presentada no obliga a realizar la totalidad de actividades planteadas. Todo dependerá de la valoración del docente y de las necesidades del alumnado.

IX. CONCLUSIÓN

Tras el estudio de diferentes teorías del aprendizaje centradas en la actividad principal del alumno, y el estudio comparativo de cuatro libros de texto, podemos concluir que:

El educando –en la mayor parte de centros educativos– se encuentra ante un modelo metodológico que no apuesta por el descubrimiento del conocimiento por parte de este.

Como posible solución, las editoriales debieran centrar sus contenidos en teorías del aprendizaje cognitivas, como son las propuestas por Bruner, Dienes, Skemp, y el matrimonio Van Hiele.

Además de un trabajo por parte de las editoriales, sería conveniente que los propios docentes estuviesen en disposición de analizar los libros de texto, y en el caso de encontrarse ante un libro poco motivador para el alumno, pudieran elaborar su propia estrategia de aprendizaje.

Como Braga y Berver (2014), sugieren:

«Quizás la solución no está en satanizarlos, sino en formar al profesorado en su análisis, así como en el diseño de materiales alternativos o complementarios al libro de texto».

Como última conclusión, el sistema educativo de nuestro país, más concretamente en la asignatura de Matemáticas, debiera fijarse en un modelo a seguir, como es Singapur. El cual plantea una metodología centrada en el desarrollo del aprendizaje a manos del educando. El método Singapur muestra unos excelentes resultados gracias a la progresión y el estudio de las metodologías del aprendizaje –entre otros factores–.

X. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alcalde, M. (2010). *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la universidad Jaume I* (Tesis doctoral). Universidad Jaume I. Facultad de Educación. España. Recuperado de: <https://www.tdx.cat/handle/10803/10368>
- Blanco Nieto, L. J., Cárdenas Lizarazo, J. A., Gómez del Amo, R., & CaballeroCarrasco, A. (2015). *Aprender a enseñar geometría en Primaria. Una experiencia en formación inicial de maestros*. Universidad de Extremadura, Servicio de Publicaciones. Recuperado de: <http://dehesa.unex.es/handle/10662/5243>
- Braga, G. & Belver, J.L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*. Vol 27, N 1. Recuperado de: <http://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/45688/47915>
- Brandi, A., García, P., Rodríguez, M., Pérez, C., Rufes, J.L., Losantos, C.,...López-Sáez, M. (2014). *Matemáticas. 5.º Educación Primaria. Proyecto Saber Hacer*. España: Santillana.
- Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación: selección de textos por Jesús Palacios*. (2.ª edición) España: Ediciones Morata
- Casas, L., & Sánchez, C. (2010). Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en Matemática. *España: Ministerio de Educación y Cultura*.
- Corberán, R.M. Huerta, P. Margarit, J., Peñas & Ruíz, (1989). *Didáctica de la geometría: El modelo Van Hiele*. España: Edició Castellana
- DECRETO 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria. *Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid (BOCM, N.º175)*, 25 de julio de 2014.

- Domingo, J.M. (2005). Cap. VII, El constructivismo cognitivo. *La cultura en el laberinto de la mente. Aproximación filosófica a la "Psicología Cultural" de Jerome Bruner*, pp. 187-208. Buenos Aires, Argentina: Miño y Dávila.
- Fernández, I (2014). *Áreas de figuras planas en el tercer ciclo de Educación Primaria. Estudio comparativo España-Singapur*. (Trabajo fin de grado inédito). Universidad de Alcalá, Facultad de Educación, España.
- Fernández, J.A., Gómez, R., Rodríguez, M., García-Rincón, C., Pujolás, P., Jiménez, P.,... Ruíz, P. (2014). *Matemáticas, 5.º Educación Primaria. Proyecto Superpíxpolis*. España: Edelvives.
- Fouz, F. (2005). *El modelo de Van Hiele para enseñar la geometría*. Donosti. Recuperado de: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwj_jZmn3bXbAhUpsKQKHWSzAGoQFgg_uMAE&url=http%3A%2F%2Fwww.xtec.cat%2F~rnolla%2FSangaku%2FSangWEB%2FPDF%2FPG-04-05-fouz.pdf&usq=AOvVaw20o9NCDhjHOHRZTYjWm4qh
- Fraile, J. (2014). *Matemáticas, 5.º Educación Primaria, Proyecto Aula Activa*. España: Vicens Vives.
- Gamboa Araya, R., & Ballesterio Alfaro, E. (2016). Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 5, pp 113-136. Recuperado de: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6915/6601>
- García Peña, S., & López Escudero, O. L. (2008). La enseñanza de la geometría. México: INEE. Recuperado de: <http://www.inee.edu.mx/mape/themes/Temalnee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf>
- Garín, M., Peña, M., Bernabeu, J., Navarro, A., Morales, F., Vidal, J.M.,... Oro, B. (2014). *Matemáticas, 5.º Educación Primaria*. España: Savia. SM.

- Godino, J. D., & Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Guilar, M (2009). Las ideas de Bruner: “de la revolución cognitiva” a la “revolución cultural”. *Educare*, vol 13, N 44. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/356/35614571028.pdf>
- Gutiérrez, L. (2009). *Didáctica de la Matemática para la formación docente*. Vol 22, (2.ª edición): Editorama S.A. Recuperado de: http://sitios.educando.edu.do/biblioteca/components/com_booklibrary/ebooks/volumen22.pdf
- Hilton, P., Dreyfus, T., Balacheff, N., Goffree, F., Nesher, P., Clements, K., ... & de Abreu, G. (2000). *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (Vol. 154). España: Grao.
- Ho, F., Kee, G., & Ramakrishnan. (2008) *My Pals are here!*. (2.ª edición) Singapur: Marshall Cavendish Education.
- León, J.L., & Barcia, R. (2016). *Didáctica de la geometría para la escuela Primaria*. Cienfuegos: Universo Sur.
- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (2003). Chapter 12, Geometric Shapes. *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*, pp.575-676. J. Wiley.
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Morata/MEC.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado (BOE, N.º 52)*, 1 de marzo de 2014.
- Recio, A. M., & Rivaya, F. J. (1991). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Rojo, C. (2015). *Aprendizaje significativo mediante juegos en el bloque de Geometría de 2º de Educación Secundaria basando la metodología en la Teoría de Descubrimiento de Bruner*. (Trabajo fin de máster inédito).

Universidad Internacional de la Rioja, Facultad de Educación, España.
Recuperado de: <https://reunir.unir.net/handle/123456789/2673>

Skoumpourdi, C. (2014). *Designing educational material for early childhood mathematics education*. University of the Aegean. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/271207613_Skoumpourdi_C_2014_Early_childhood_mathematics_Designing_educational_material_In_R_V_Nata_Ed_Progress_in_Education_Volume_31_Chapter_7_pp_117-160_Nova_Science_Publishers_Inc?enrichId=rgreq-548fe19c92685a5d9b92133782043fde-XXX&enrichSource=Y292ZXJQYWdlOzI3MTIwNzYxMztBUzozMDY1MTY3MDY0MzA5NzIAMTQ1MDA5MDY4NjI2OA%3D%3D&el=1_x_3&esc=publicationCoverPdf

Skemp, R. R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (Vol. 15, 3.^a edición). Ediciones Morata.

Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1). Recuperado de: <http://www.redalyc.org/html/4759/475947762005/>

Beyer, W. (2013). Dienes, Brousseau y Alson: contraste de tres visiones acerca del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Informe de Investigaciones Educativas*, 27, pp. 25-57. Recuperado de: <http://biblo.una.edu.ve/ojs/index.php/IIE/article/view/1400>

XI. ANEXOS

Anexo 1

Anexo 1. 1. Demostración de la suma de los ángulos interiores de un triángulo. pág. 176, Vicens Vives (2014).

Anexo 1. 2. Ejercicio 9, suma de ángulos pág. 176, Vicens Vives (2014).

Anexo 1. 3. Ejercicio 1, suma de ángulos pág. 184, Vicens Vives (2014).

Anexo 1. 4. Ejercicio 3, suma de ángulos pág. 184, Vicens Vives (2014).

Anexo 2

Anexo 2. 1. Exposición de la suma de los ángulos de un triángulo pág. 166, Edelvives (2014).

Anexo 2. 2. Ejercicio 4, suma de ángulos pág. 167, Edelvives (2014).

Anexo 2. 3. Ejercicio 6, suma de ángulos pág. 178, Edelvives (2014).

Anexo 2. 4. Ejercicio 8, suma de ángulos pág. 178, Edelvives (2014).

Anexo 3

Anexo 3.1. Ejercicio 12, suma de ángulos pág. 183, Savia SM (2014).

Anexo 4

Anexo 4.1. Clasificación de triángulos pág. 182, Savia SM (2014).

Anexo 4.2. Clasificación de triángulos pág. 174, Vicens Vives (2014).

Anexo 4.3. Clasificación de triángulos pág. 208, Santillana (2014).

Anexo 5

Anexo 5.1. Clasificación de triángulos pág. 166, Edelvives (2014).

Anexo 6

Anexo 6.1. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 166 Edelvives (2014).

Anexo 6.2. Ejercicios 2 y 3, clasificación de triángulos pág. 167 Edelvives (2014).

Anexo 6.3. Ejercicios 5 y 6, clasificación de triángulos pág. 167 Edelvives (2014).

Anexo 6.4. Ejercicio 2, clasificación de triángulos pág. 179 Edelvives (2014).

Anexo 7

Anexo 7.1. Ejercicios 1 y 2, clasificación de triángulos pág. 208 Santillana (2014).

Anexo 7.2. Ejercicio 3, clasificación de triángulos pág. 209 Santillana (2014).

Anexo 7.3. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 218 Santillana (2014).

Anexo 7.4. Ejercicio 5, clasificación de triángulos pág. 218 Santillana (2014).

Anexo 8

Anexo 8.1. Ejercicio 8, clasificación de triángulos pág. 182, Savia SM (2014).

Anexo 8.2. Ejercicio 9, clasificación de triángulos pág. 182 Savia SM (2014).

Anexo 8.3. Ejercicio 10, clasificación de triángulos pág. 182, Savia SM (2014).

Anexo 8.4. Ejercicio 11, clasificación de triángulos pág. 183, Savia SM (2014).

Anexo 8.5. Ejercicio 13, clasificación de triángulos pág. 183 Savia SM (2014).

Anexo 8.6. Ejercicio 16, clasificación de triángulos pág. 183 Savia SM (2014).

Anexo 8.7. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 191, Savia SM (2014).

Anexo 9

Anexo 9.1. Ejercicios 1, 2, 3 y 4; clasificación de triángulos pág. 174, Vicens Vives (2014).

Anexo 9.2. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 184, Vicens Vives (2014).

Anexo 9.3. Ejercicio 4, clasificación de triángulos pág. 184, Vicens Vives (2014).

Anexo 10

Anexo 10.1. Posición de los triángulos pág. 166, Edelvives (2014).

Anexo 10.2. Posición de los triángulos pág. 167, Edelvives (2014)

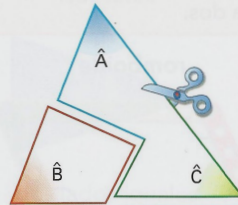
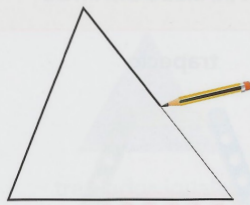
Anexo 10.3. Posición de los triángulos pág. 176, Vicens Vives (2014).

Anexo 11

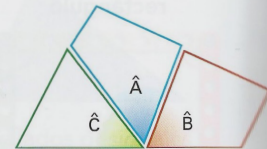
Anexo 11.1. Presentación de los personajes en el libro de texto propuesto.

3. Suma de los ángulos de triángulos y de cuadriláteros

Dibuja un triángulo y pinta cada ángulo de un color. Recórtalos y colócalos como indica la figura:



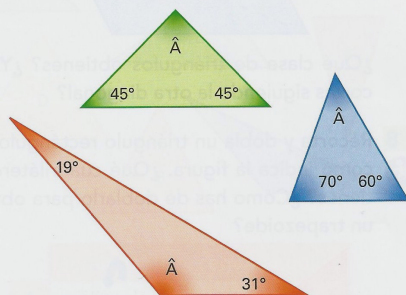
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$



Los ángulos de un triángulo suman 180° .

Anexo 1. 1. Demostración de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.
pág. 176, Vicens Vives (2014).

9 Calcula el valor del ángulo \hat{A} en cada uno de estos triángulos:



Anexo 1. 2. Ejercicio 9, suma de ángulos
pág. 176, Vicens Vives (2014).

Actividades

Practica

1 Indica si es verdadero o falso:

- Un triángulo rectángulo tiene siempre dos ángulos agudos.
- Un triángulo isósceles tiene siempre los tres ángulos agudos.
- Un triángulo obtusángulo tiene siempre dos ángulos agudos.

Anexo 1. 3. Ejercicio 1, suma de ángulos
pág. 184, Vicens Vives (2014).

3 Elige, en cada caso, la opción correcta:

a. La suma de los ángulos de un triángulo es...

90°

180°

360°

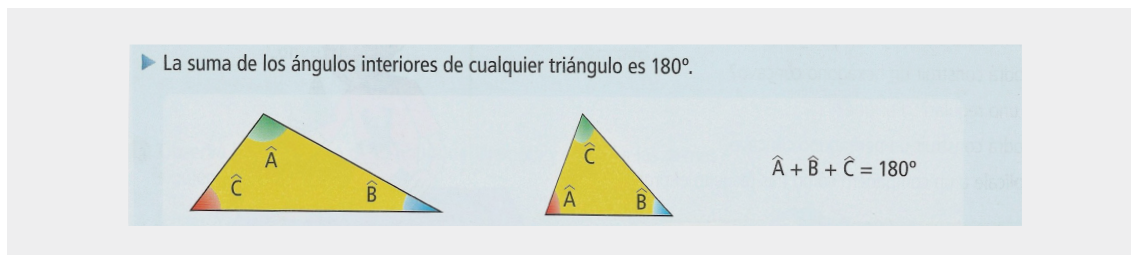
b. La suma de los ángulos de un cuadrilátero es...

180°

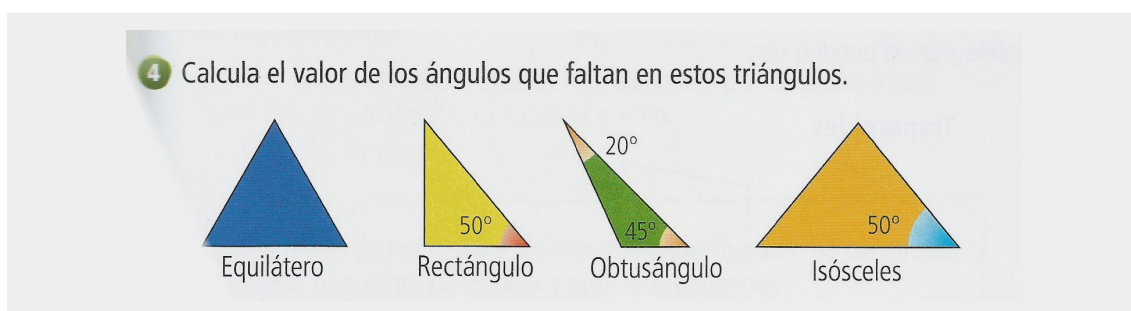
360°

720°

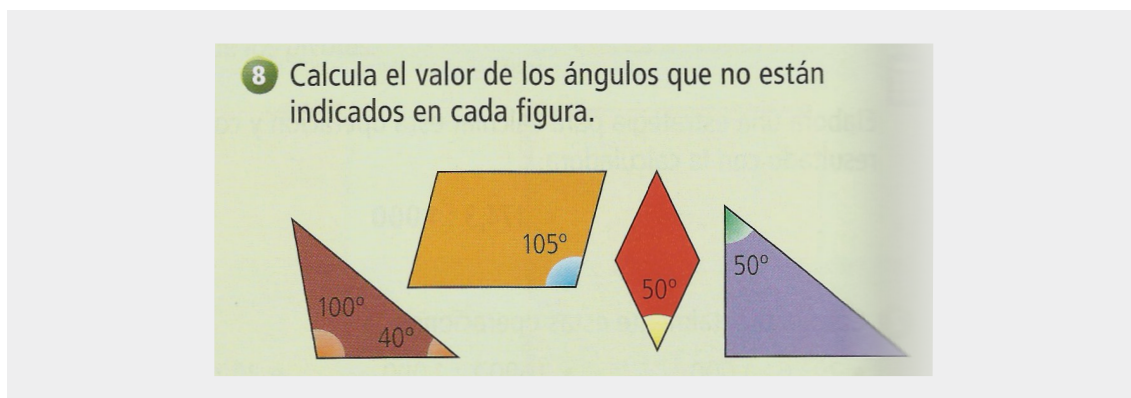
Anexo 1. 4. Ejercicio 3, suma de ángulos
pág. 184, Vicens Vives (2014).



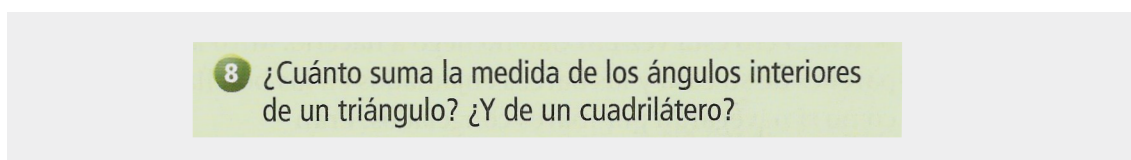
Anexo 2. 1. Exposición de la suma de los ángulos de un triángulo pág. 166, Edelvives (2014).



Anexo 2. 2. Ejercicio 4, suma de ángulos pág. 167, Edelvives (2014).

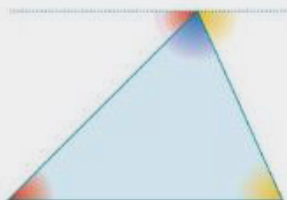


Anexo 2. 3. Ejercicio 6, suma de ángulos pág. 178, Edelvives (2014).



Anexo 2. 4. Ejercicio 8, suma de ángulos pág. 178, Edelvives (2014).

12 Observa el triángulo y los ángulos marcados de esta figura.

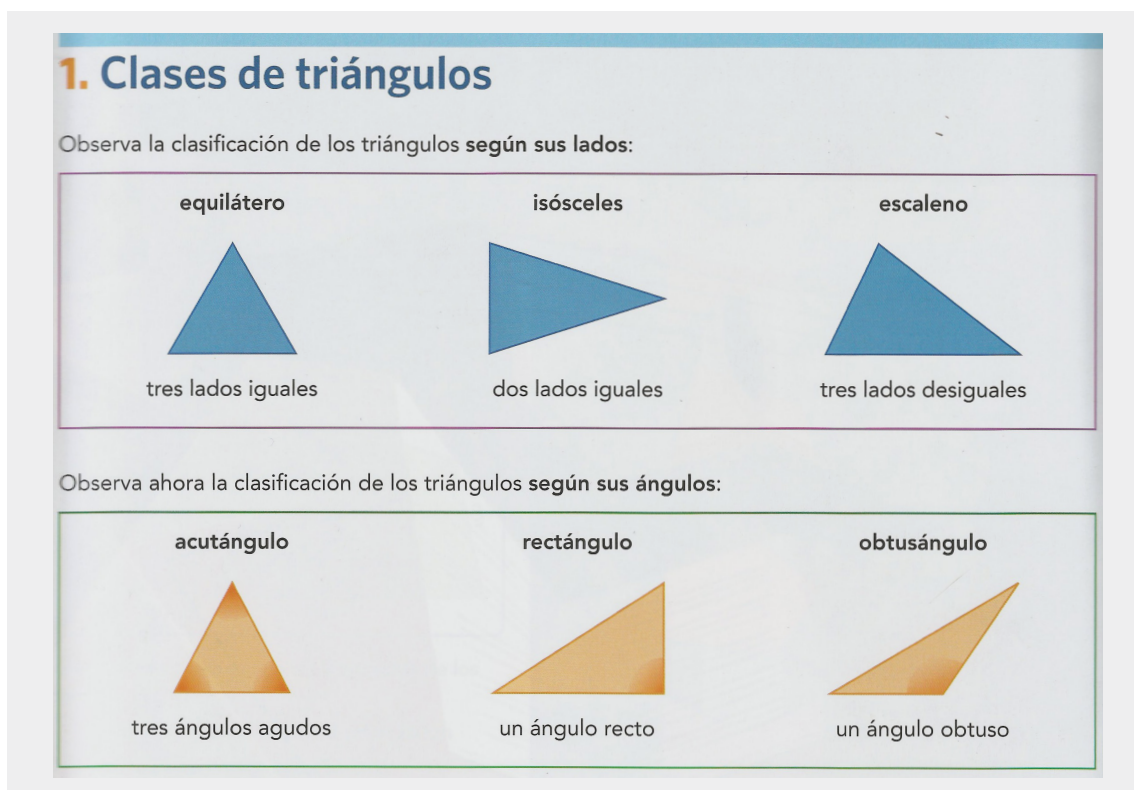


- Los ángulos que tienen el mismo color son iguales. ¿Cómo podrías comprobarlo?
- ¿Cuánto suman los tres ángulos dibujados encima del triángulo?
- Entonces, ¿cuánto suman los ángulos interiores del triángulo?
- Dibuja un triángulo y comprueba con el transportador cuánto suman sus tres ángulos interiores. ¿Sucede siempre?

Anexo 3.1. Ejercicio 12, suma de ángulos pág. 183, Savia SM (2014).



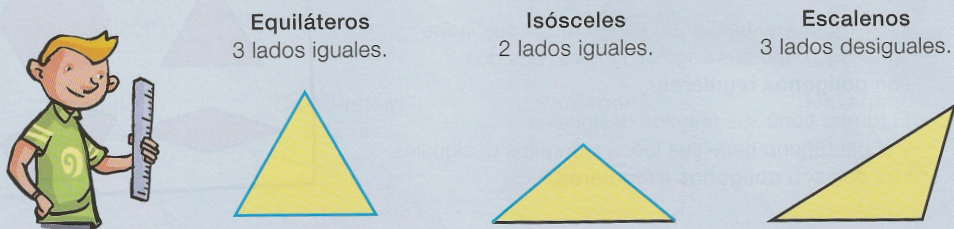
Anexo 4.1. Clasificación de triángulos pág. 182, Savia SM (2014).



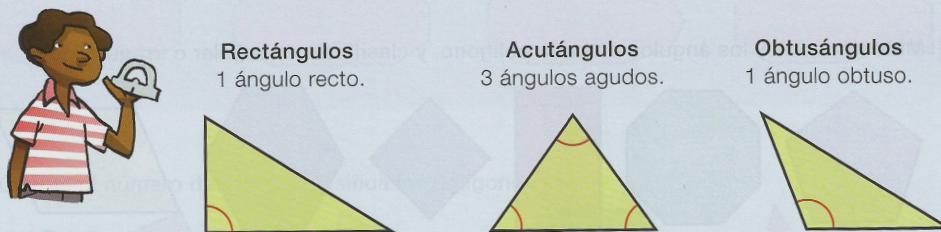
Anexo 4.2. Clasificación de triángulos pág. 174, Vicens Vives (2014).

Clasificación de triángulos

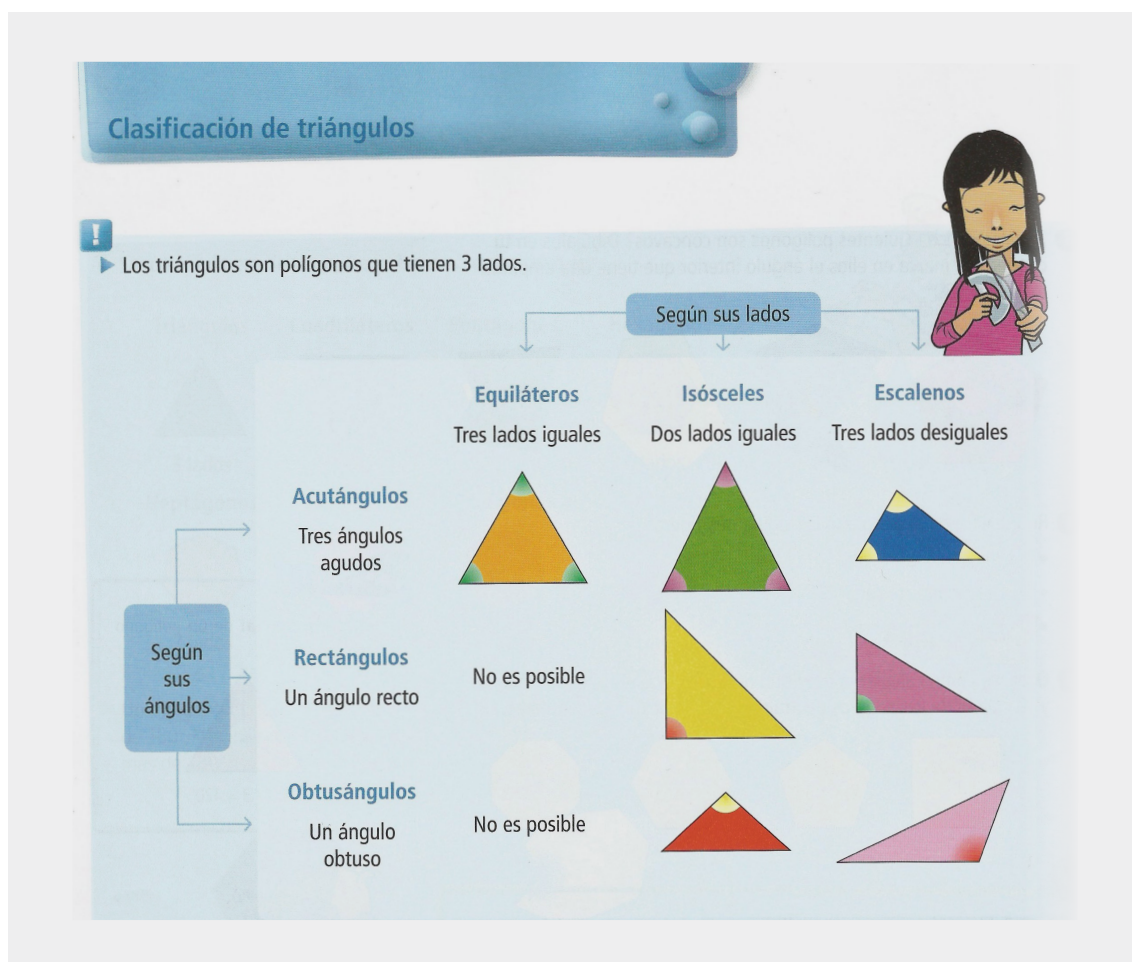
Según sean sus lados, los triángulos se clasifican así:



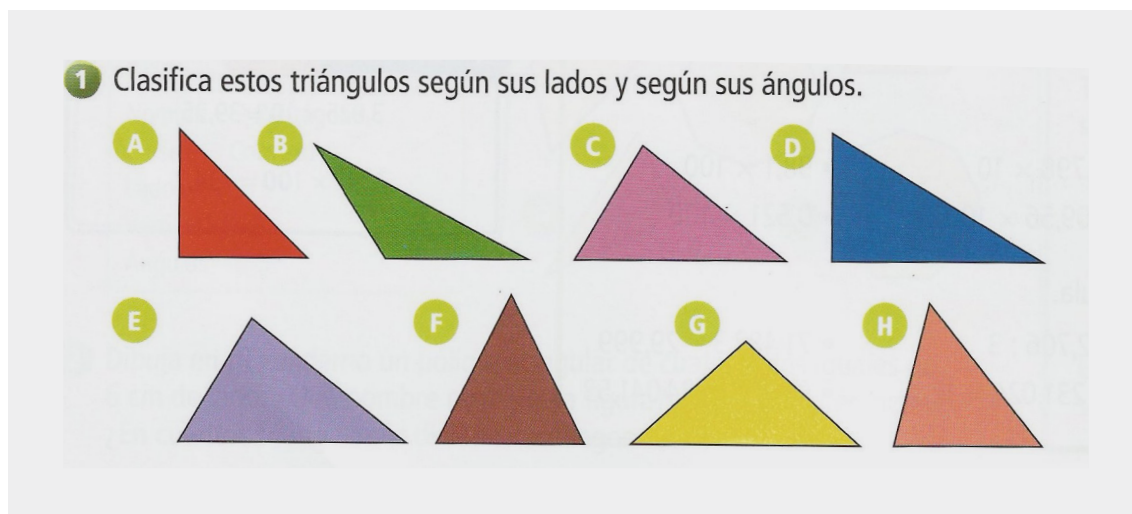
Según sean sus ángulos, los triángulos se clasifican en:



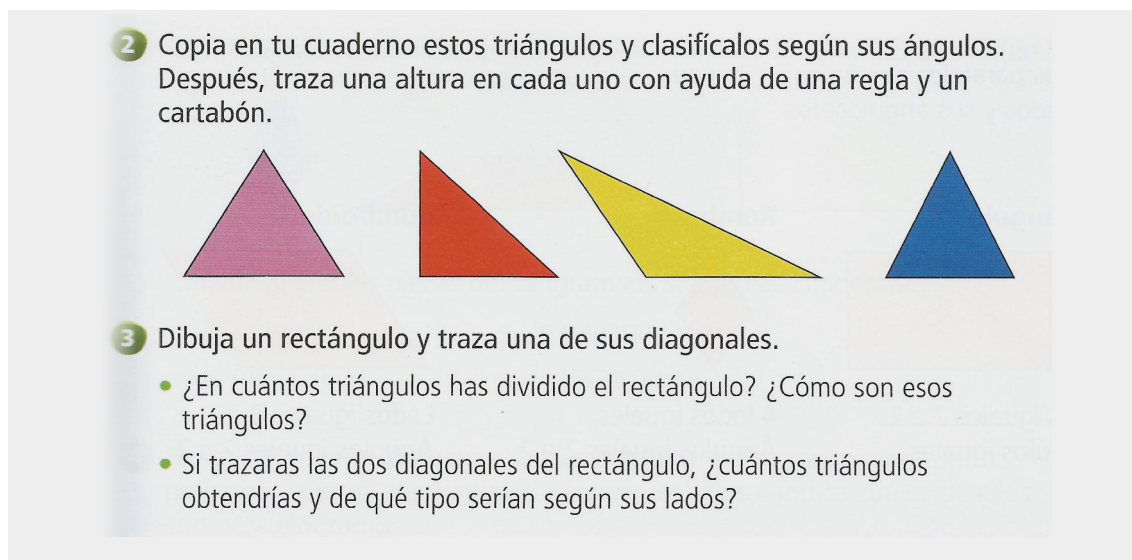
Anexo 4.3. Clasificación de triángulos pág. 208, Santillana (2014).



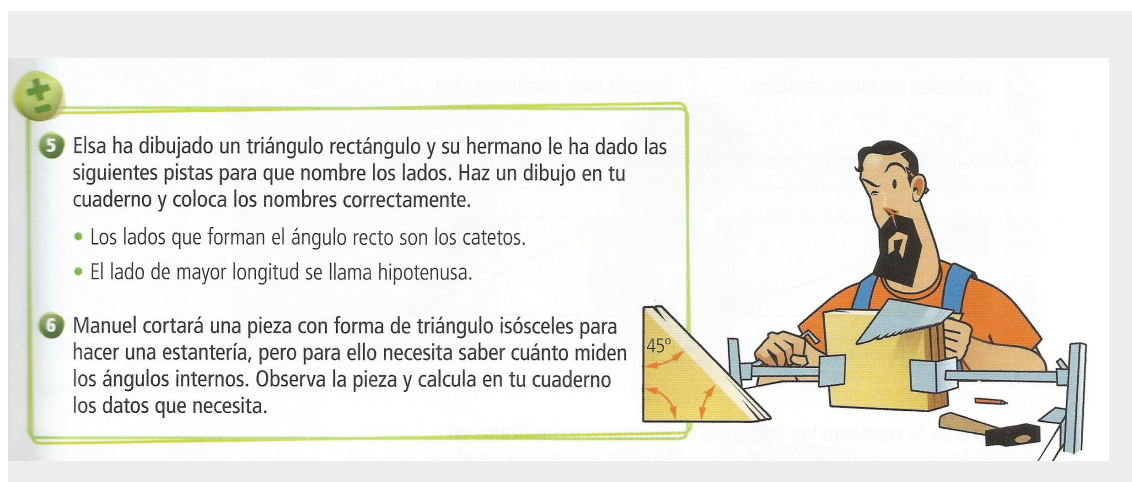
Anexo 5.1. Clasificación de triángulos pág. 166, Edelvives (2014).



Anexo 6.1. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 166 Edelvives (2014).



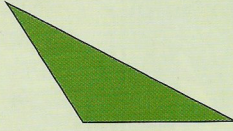
Anexo 6.2. Ejercicios 2 y 3, clasificación de triángulos pág. 167 Edelvives (2014).



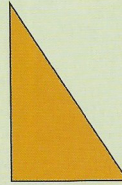
Anexo 6.3. Ejercicios 5 y 6, clasificación de triángulos pág. 167 Edelvives (2014).

2 Clasifica estos triángulos según sus lados y según sus ángulos.

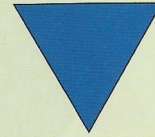
A



B

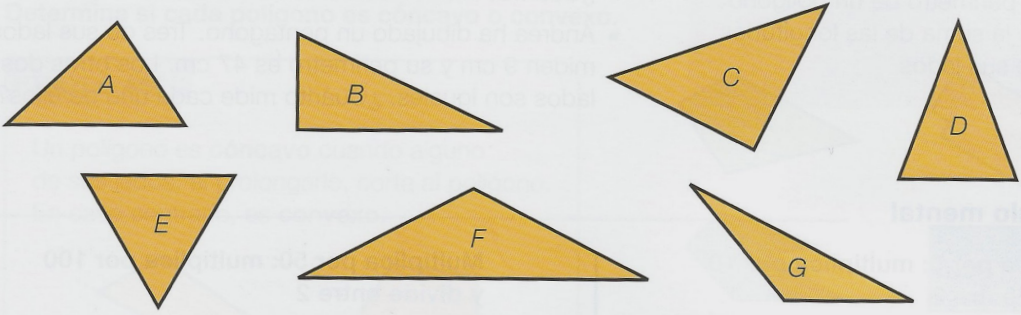


C



Anexo 6.4. Ejercicio 2, clasificación de triángulos pág. 179 Edelvives (2014).

1 Clasifica cada triángulo según sus lados y según sus ángulos.



2 Lee la descripción de cada triángulo y clasifícalo según uno de los criterios.

- Tiene dos lados de longitud 9 cm y otro lado de longitud 15 cm.
- Tiene un ángulo de 40° ; otro de 50° y otro de 90° .
- Tiene tres ángulos que miden 30° , 20° y 130° , respectivamente.
- Sus lados miden 7 cm, 8 cm y 13 cm.
- Tiene un ángulo de 50° , otro de 70° y otro de 60° .

Anexo 7.1. Ejercicios 1 y 2, clasificación de triángulos pág. 208 Santillana (2014).

3 Piensa y escribe cuáles de estos triángulos existen.

- Acutángulo y escaleno.
- Obtusángulo y equilátero.
- Rectángulo e isósceles.
- Obtusángulo e isósceles.
- Acutángulo y equilátero.
- Rectángulo y equilátero.

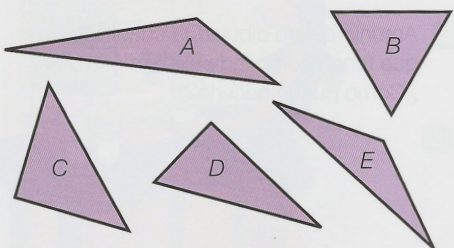
Anexo 7.2. Ejercicio 3, clasificación de triángulos pág. 209 Santillana (2014).

1 **VOCABULARIO.** Define cada uno de estos términos.

- Heptágono.
- Eneágono.
- Polígono regular.
- Cuadrilátero.
- Triángulo escaleno.
- Paralelogramo.
- Triángulo acutángulo.
- Romboide.

Anexo 7.3. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 218 Santillana (2014).

5 Clasifica por los dos criterios.



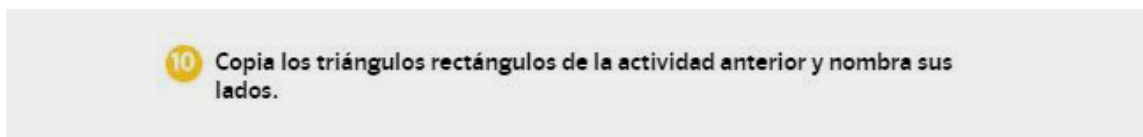
Anexo 7.4. Ejercicio 5, clasificación de triángulos pág. 218 Santillana (2014).



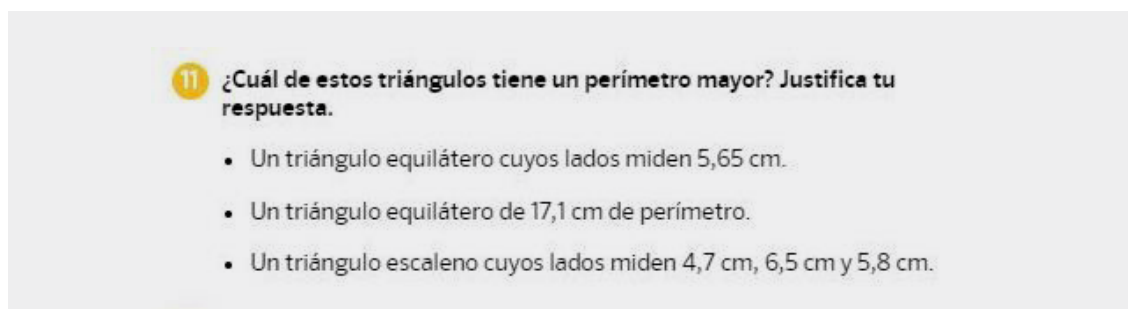
Anexo 8.1. Ejercicio 8, clasificación de triángulos pág. 182, Savia SM (2014).



Anexo 8.2. Ejercicio 9, clasificación de triángulos pág. 182 Savia SM (2014).



Anexo 8.3. Ejercicio 10, clasificación de triángulos pág. 182, Savia SM (2014).



Anexo 8.4. Ejercicio 11, clasificación de triángulos pág. 183, Savia SM (2014).

13 Dibuja en tu cuaderno.

- a. Un triángulo rectángulo e isósceles
- b. Un triángulo escaleno acutángulo
- c. Un triángulo isósceles obtusángulo

Anexo 8.5. Ejercicio 13, clasificación de triángulos pág. 183 Savia SM (2014).

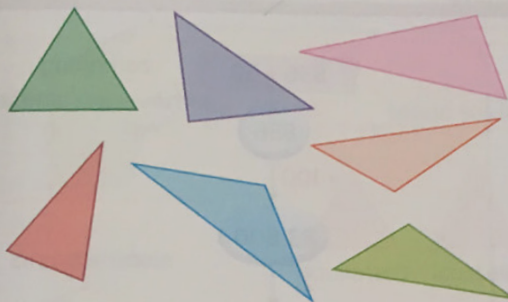
Problemas

- 16** Berta quiere cortar una tela en forma de triángulo isósceles para utilizarla de pañuelo. Según sus cálculos, debe tener 1,64 m de perímetro y que el lado desigual mida 70 cm. ¿Podrías decir cuánto miden sus lados?

Anexo 8.6. Ejercicio 16, clasificación de triángulos pág. 183 Savia SM (2014).

Utiliza tus estrategias

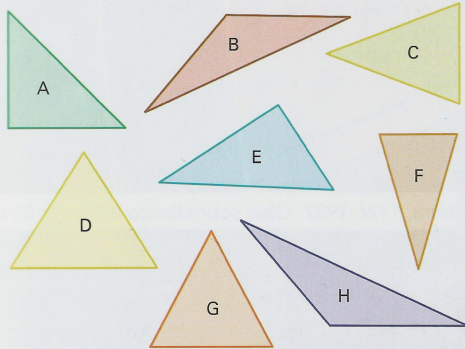
- 1** Mario e Irene se están repartiendo las piezas triangulares de un mosaico.



- a) Mario se queda con los triángulos rectángulos, e Irene, con los acutángulos. ¿Cuántos tiene cada uno?
- b) ¿Y si Mario se quedara con los triángulos escalenos, e Irene, con los isósceles?

Anexo 8.7. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 191, Savia SM (2014).

1 Copia la tabla en tu cuaderno y complétala:



	según lados	según ángulos
A	isósceles	rectángulo
B

2 Responde de manera razonada:

- ¿Es posible que un triángulo tenga un ángulo recto y un ángulo obtuso?
- ¿Cuántos lados iguales puede tener un triángulo rectángulo?
- ¿Puede ser equilátero un triángulo rectángulo?
- ¿Un triángulo equilátero puede tener un ángulo obtuso?

3 Dibuja en tu cuaderno:

- Un triángulo obtusángulo isósceles.
- Un triángulo rectángulo isósceles.

4 El perímetro de un triángulo isósceles mide 100 cm. Si el lado desigual mide 25 cm, ¿cuánto miden los otros dos lados?

Anexo 9.1. Ejercicios 1, 2, 3 y 4; clasificación de triángulos pág. 174, Vicens Vives (2014).

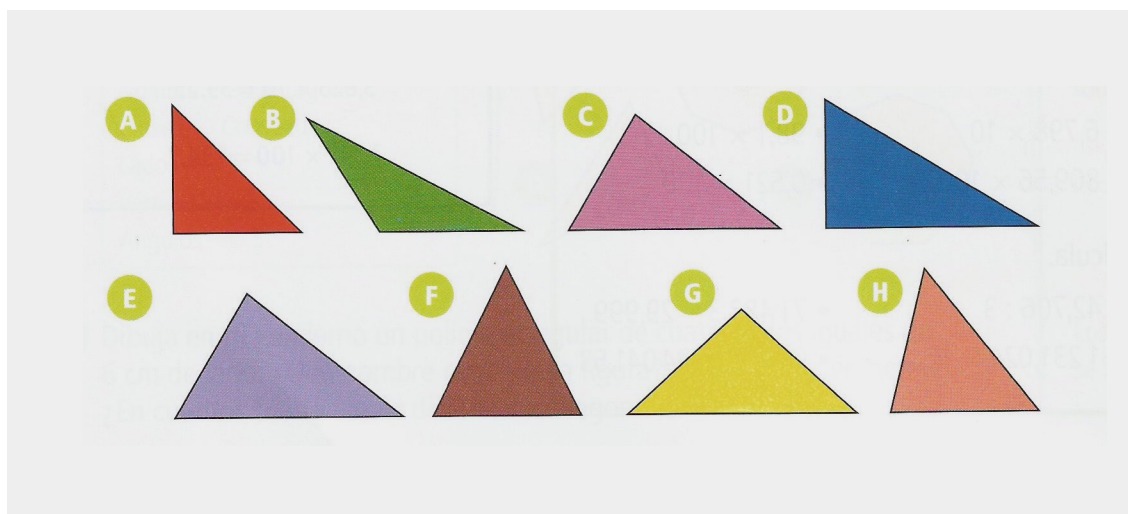
1 Indica si es verdadero o falso:

- Un triángulo rectángulo tiene siempre dos ángulos agudos.
- Un triángulo isósceles tiene siempre los tres ángulos agudos.
- Un triángulo obtusángulo tiene siempre dos ángulos agudos.

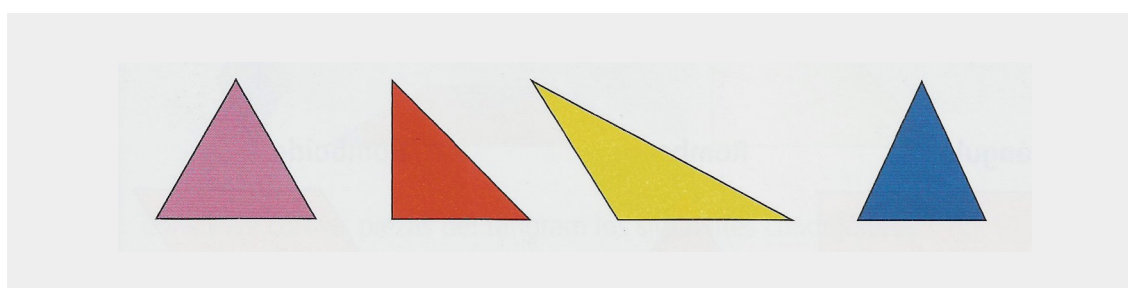
Anexo 9.2. Ejercicio 1, clasificación de triángulos pág. 184, Vicens Vives (2014).

4 Construye un triángulo cuyos lados midan 6 cm, 4 cm y 7 cm. ¿Cómo es el triángulo según los lados? ¿Y según los ángulos?

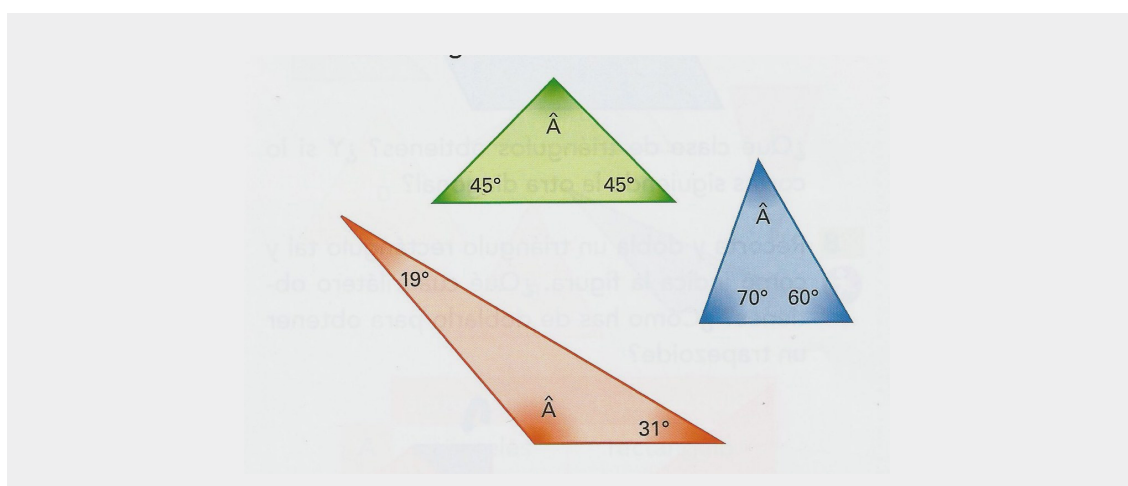
Anexo 9.3. Ejercicio 4, clasificación de triángulos pág. 184, Vicens Vives (2014).



Anexo 10.1. Posición de los triángulos pág. 166, Edelvives (2014).

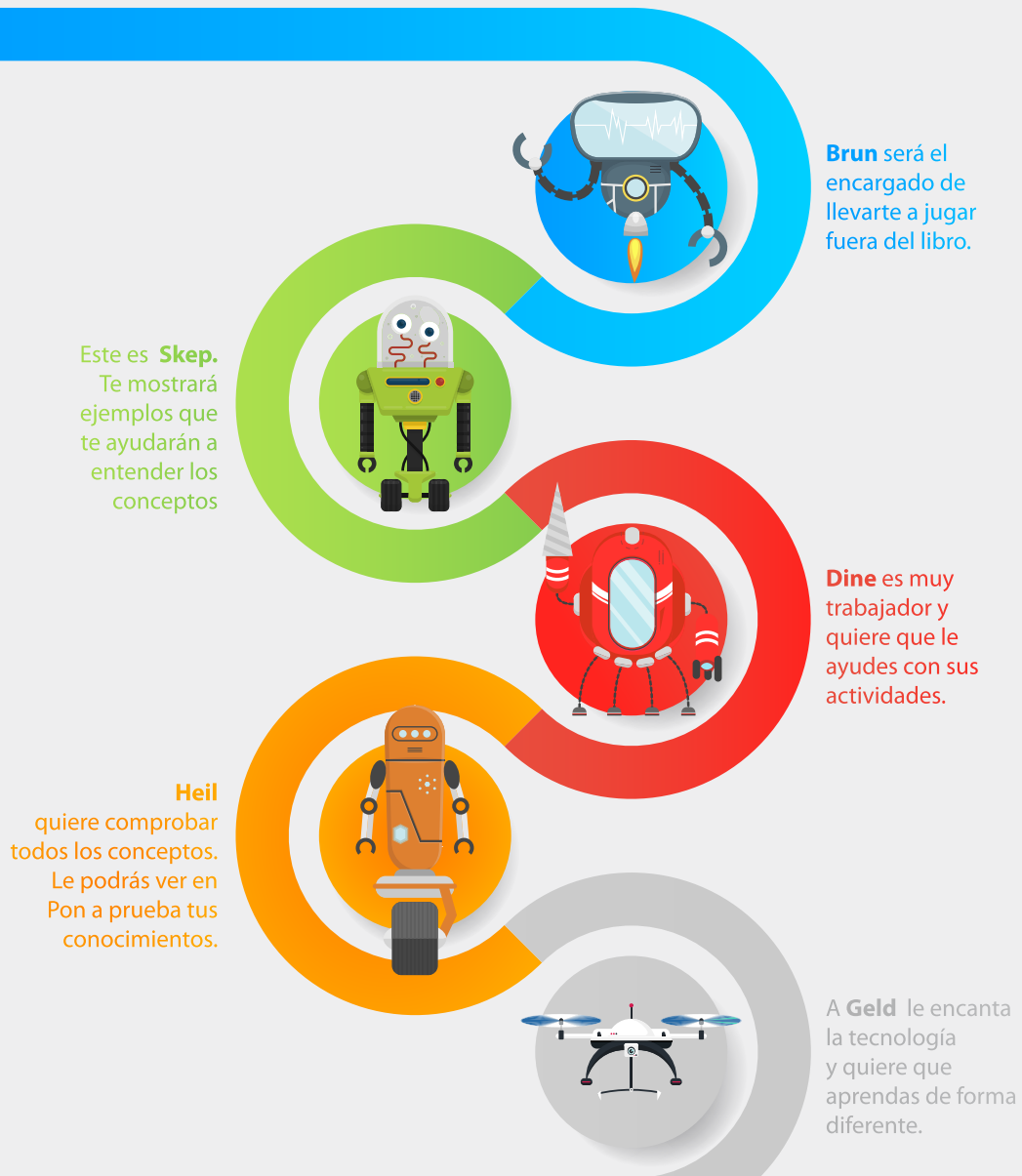


Anexo 10.2. Posición de los triángulos pág. 167, Edelvives (2014)



Anexo 10.3. Posición de los triángulos pág. 176, Vicens Vives (2014).

Conoce a los personajes



Anexo 11.1. Presentación de los personajes en el libro de texto propuesto.